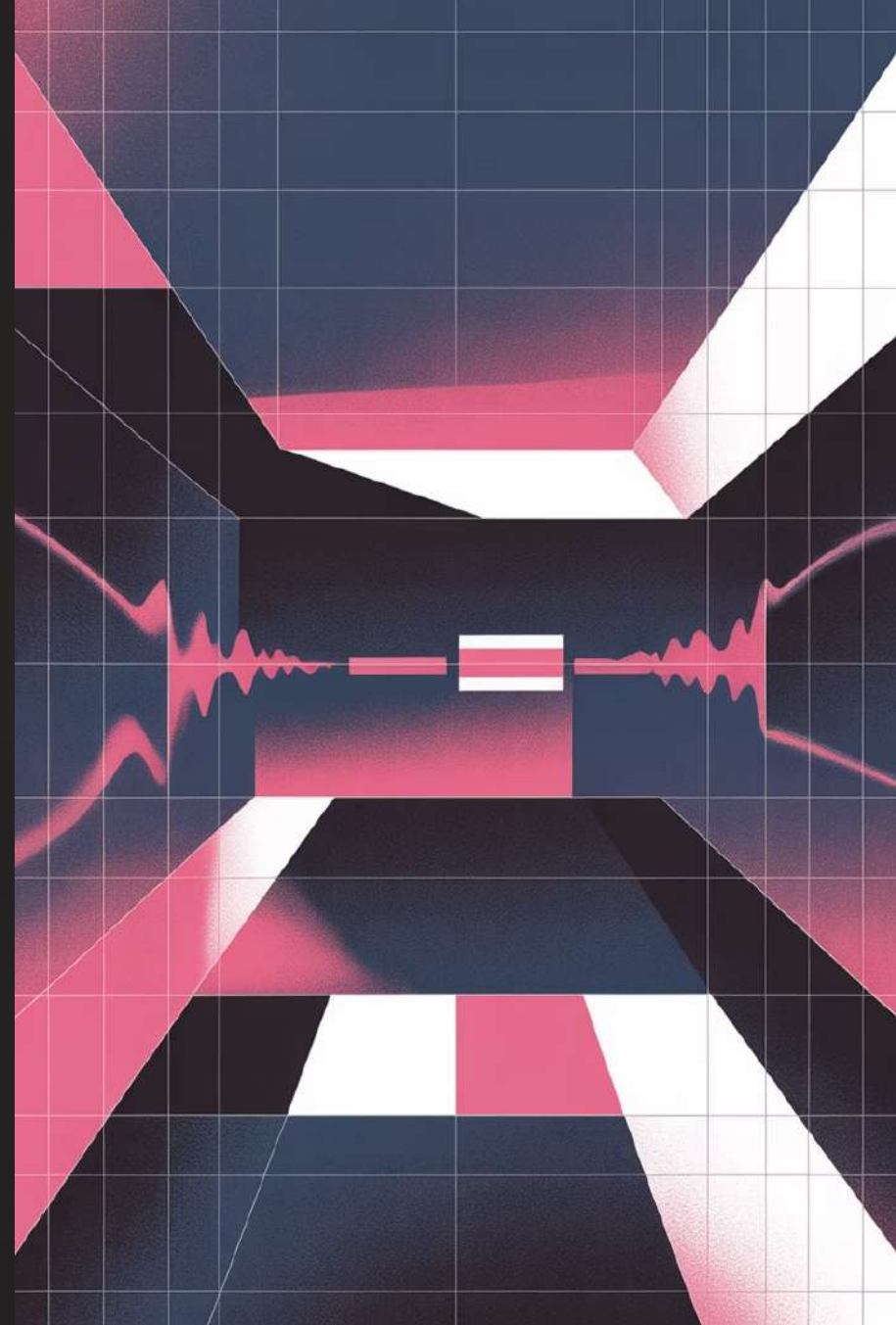


Оценка неопределенности измерений

Лекция 7. Основные этапы оценки неопределенности

Способы трансформирования распределений. Метод Монте-Карло для этапов трансформирования распределений и получения окончательных результатов. Условия применимости метода Монте-Карло.

Лектор: Байжұма Жандос Ескендірұлы
+ 7 707 556 60 08 / zhandos.baizhuma@kaznu.edu.kz



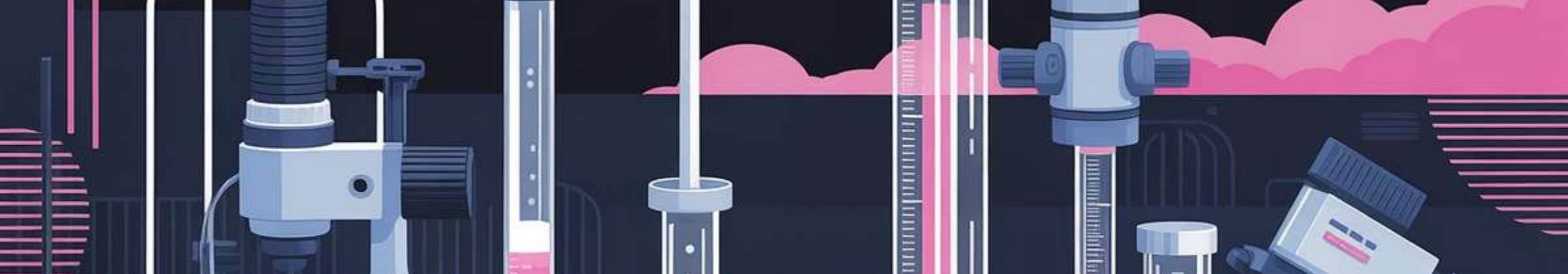
Цель и основные вопросы лекции

Цель

Изучить основные этапы оценки неопределенности измерений, рассмотреть принципы трансформирования распределений входных величин, сущность метода Монте-Карло и условия его корректного применения при оценке неопределенности.

Основные вопросы

1. Основные этапы процесса оценки неопределенности измерений
2. Трансформирование распределений входных величин
3. Сущность и назначение метода Монте-Карло
4. Применение метода Монте-Карло на этапах моделирования
5. Условия корректного использования метода



Что такое неопределенность измерений?



Определение

Количественная характеристика достоверности измеренного значения, показывающая, насколько результат может отличаться от истинного значения.



Не ошибка

Неопределенность отражает доверие к измерению и качество используемой методики, а не является ошибкой.



Поэтапный процесс

Включает формулирование задачи, построение модели, определение входных величин и получение итогового результата.

Семь этапов оценки неопределенности



Этап 1: Модель измерений

Определить измеряемую величину Y и установить математическую модель: $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$, где X_i – входные величины с неопределенностью.



Этап 2: Источники неопределенности

Выявить все источники: погрешность прибора, условия среды, нестабильность эталонов, методика измерений, человеческий фактор.



Этап 3: Классификация

Тип А – статистический анализ повторных наблюдений. Тип В – анализ документации, спецификаций, экспертных оценок.



Этап 4: Стандартные неопределенности

Привести каждую составляющую к стандартной форме. Для типа А: $u_a = s/\sqrt{n}$. Для типа В (равномерное): $u = a/\sqrt{3}$.



Этап 5: Суммарная неопределенность

Определить по формуле с учетом чувствительности результата к изменению каждой входной величины.



Этап 6: Расширенная неопределенность

Вычислить $U = k u$ для интервала с заданной вероятностью (обычно 95%), где k – коэффициент охвата (обычно $k=2$).



Этап 7: Представление результата

Записать результат в виде: $Y = \bar{y} \pm U$ при $P = 95\%$.

Способы трансформирования распределений

При обработке данных требуется трансформация распределений – приведение исходных распределений входных величин к форме, удобной для расчета неопределенности.

1

Линейная аппроксимация (метод Гаусса)

Если функция $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$ линейна, распределение результата считается нормальным. Основной метод, используемый в GUM.

2

Нелинейная трансформация

При нелинейной функции применяют метод Монте-Карло: задаются случайные значения входных величин, вычисляется множество результатов Y , оценивается распределение.

3

Замена распределений

Упрощение: равномерное $\rightarrow$ нормальное ($u=a/\sqrt{3}$), треугольное $\rightarrow$ нормальное ($u=a/\sqrt{6}$), арксинусное $\rightarrow$ нормальное ($u=a/2$).

4

Комбинирование распределений

При зависимости от нескольких величин с различными распределениями итоговое распределение приближают нормальным согласно центральной предельной теоремой.

Метод Монте-Карло: сущность и применение

Что это?

Численный метод, основанный на многократном моделировании случайных величин для оценки распределения результата измерения и его неопределенности.

Применяется при нелинейной модели, разных законах распределения входных величин, когда классическая формула Гаусса неточна.



01

Определение модели

Задать функциональную зависимость $Y = f(X_1, X_2, ..., X_n)$

02

Выбор распределений

Для каждого X задать тип распределения и параметры

03

Генерация данных

Создать N реализаций каждой входной величины

04

Вычисление результата

Для каждой комбинации вычислить Y

05

Формирование выборки

Получить выборку $\{Y_1, Y_2, ..., Y_n\}$

06

Анализ распределения

Определить среднее, стандартное отклонение, доверительный интервал

Условия применимости метода Монте-Карло

Известна функциональная модель

Должна быть задана математическая зависимость измеряемой величины от входных параметров $Y = f(X_1, X_2, \dots, X_n)$.

Известны распределения входных величин

Для каждой входной величины необходимо знать или предположить закон распределения и параметры (среднее, стандартное отклонение).

Независимость или известная корреляция

Если между входными параметрами есть корреляция, её следует учитывать при моделировании, иначе результаты будут искажены.

Возможность генерации случайных значений

Для всех распределений должна существовать процедура генерации случайных чисел — это основа метода Монте-Карло.

Достаточное количество итераций

Число реализаций должно быть достаточно велико (обычно 10^4 – 10^6), чтобы обеспечить устойчивость статистических характеристик результата.

Компьютерные ресурсы

Метод требует вычислительных мощностей, особенно при большом числе входных параметров или сложных моделях.

Контроль сходимости

Результаты моделирования должны быть проверены на стабильность — изменение среднего и стандартного отклонения при увеличении N не должно быть существенным.



Преимущества, ограничения и рекомендации

Преимущества

- Учитывает нелинейность функций измерения
- Работает с любыми распределениями входных величин
- Позволяет моделировать корреляции
- Не требует линейных приближений

Ограничения

- Вычислительно затратен при большом количестве переменных
- При неизвестных распределениях результаты зависят от предположений
- Невозможно гарантировать точность при малом числе итераций

Рекомендации

1. Провести анализ данных и определить распределение
2. Проверить адекватность модели измерения
3. Использовать не менее 10 000 итераций
4. Проверить чувствительность результата
5. При необходимости использовать параллельные вычисления

Пример применения

$Y = X_1/X_2$, где X_1 равномерно распределена в пределах (9,9; 10,1), X_2 — нормально распределена с $\mu=5,0$ и $\sigma=0,05$. Генерируется 10 000 случайных пар (X_1, X_2) , вычисляются значения Y , и по выборке определяются среднее и стандартное отклонение.